

令和5年度 入学者選抜試験問題

数 学

〔100点〕
〔50分〕

実施日：令和5年1月12日（木）

※ 下記の〈注意事項〉をよく読み、監督者の指示があるまで開かないこと。

〈注意事項〉

— 開始前 —

1. 試験時間は11：30～12：20の50分であり、途中退室は認めない。
2. 監督者の〈開始〉の指示があるまで、この問題冊子の中を開かないこと。
3. 解答用紙には、解答欄のほかに、受験番号・氏名の記入欄があるので、下記を参照し記入・マークすること。
 - 受験番号欄 上段に受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークすること。
 - 氏名欄 氏名・フリガナを記入すること。
4. 解答用紙に汚れがある場合には、挙手で監督者に知らせること。

— 開始後 —

1. この問題冊子は11ページである。確認してページの落丁・乱丁・印刷不鮮明等がある場合は、挙手で監督者に知らせること。
2. 解答は、すべて解答用紙の所定の欄へのマークによって行うこと。
例えば

40

 と表示のある問いに対して ③ と解答する場合は、次の(例)のように解答番号40の解答欄の③にマークする。

(例)

解答 番号	解 答 欄				
	1	2	3	4	5
40	①	②	●	④	⑤

3. マークはHBの鉛筆で行い、所定欄以外にはマークしたり、記入したりしないこと。
4. 解答用紙は汚したり折り曲げたりしないように特に注意すること。
5. 訂正は、消しゴムであとが残らないように完全に消し、かすが残らないようにすること。
6. 質問等がある場合は、挙手で監督者に知らせること。ただし、問題に関する質問は受け付けない。

(問題は次のページから始まる)

数 学

(解答番号 ~)

第 1 問

問 1 ~ 問 12 の空所 ~ に入る適切な番号を, それぞれ下の①~⑤の中から一つずつ選びなさい。

問 1 a を定数とする。 $(x^3 - 2x^2 - a)(x^3 + ax + x + 2a - 3)$ を展開したときの x^3 の係数は であり, 定数項が x^5 の係数よりも大きくなる a の値の範囲は である。

の解答群

- ① $-5a+1$ ② $-a-5$ ③ $-a+1$ ④ $a-5$ ⑤ $3a-1$

の解答群

- ① $a < -1, 1 < a$ ② $a < -\frac{1}{2}, 2 < a$ ③ $-2 < a < 1$
④ $-1 < a < 1$ ⑤ $-\frac{1}{2} < a < 2$

問2 $(x-y+3z)(x+2y+3z)-4y^2$ を因数分解すると、**3** である。

3 の解答群

- ① $(x-3y+z)(x+4y+9z)$ ② $(x-3y+3z)(x+2y+3z)$
③ $(x-2y+3z)(x+3y+3z)$ ④ $(x-2y+9z)(x+y+z)$
⑤ $(x+3y)(3y-2z)(3z+x)$

問3 $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ の小数部分を a とするとき、 $a(a+1)$ の値は **4** である。

4 の解答群

- ① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\sqrt{5}-1$ ⑤ $\frac{3}{2}$

問4 $\sqrt{3}x-\sqrt{2}y=\sqrt{6}$, $xy=\sqrt{2}$ のとき、 $\frac{2}{x^2}+\frac{3}{y^2}$ の値は **5** である。

5 の解答群

- ① $2+3\sqrt{2}$ ② $12-4\sqrt{2}$ ③ $4+\sqrt{6}$
④ $3+2\sqrt{3}$ ⑤ $12-3\sqrt{3}$

問5 a を定数とする。 x についての連立不等式 $\begin{cases} 4x-3a > -6 \\ 2x-a < -2 \end{cases}$ を満たす x の整数解が

-1 のみとなるとき、 a の値の範囲は $\boxed{6}$ である。

$\boxed{6}$ の解答群

- ① $-\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ② $-\frac{2}{3} < a < 0$ ③ $0 < a < \frac{2}{3}$
 ④ $0 < a < 2$ ⑤ $\frac{2}{3} < a \leq 2$

問6 $U = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の自然数}\}$ を全体集合とする。 U の部分集合 A, B, C について、

$$A \subset B$$

$$A \cap \overline{C} = \{2, 4\}$$

$$\overline{A} \cap B = \{1, 6, 8\}$$

$$\overline{B} \cap C = \{5, 10\}$$

$$\overline{B \cup C} = \{3, 7, 9\}$$

が成り立つとき、 $A \cap C = \boxed{7}$ である。ただし、 \overline{A} は A の補集合を表す。

$\boxed{7}$ の解答群

- ① ϕ ② $\{2, 4\}$ ③ $\{5, 10\}$
 ④ $\{3, 7, 9\}$ ⑤ $\{3, 5, 7, 9, 10\}$

問7 次の(1)~(5)の命題のうち、真であるものは **8** である。

- (1) a, b のうち少なくとも一方が無理数ならば, ab は無理数である。
- (2) a, b が無理数ならば, ab は有理数である。
- (3) a, b が無理数ならば, $(1+a)(1+b)$ は無理数である。
- (4) ab が無理数ならば, a, b のうち少なくとも一方は無理数である。
- (5) ab が有理数ならば, a, b は有理数である。

8 の解答群

- ① (1)
- ② (2)
- ③ (3)
- ④ (4)
- ⑤ (5)

問8 連立不等式 $\begin{cases} -2x \leq (x+3)(x-4) \\ 2x^2+13x-24 > 0 \end{cases}$ の解は **9** である。

9 の解答群

- ① $x < -8, 3 \leq x$
- ② $x \leq -4, \frac{3}{2} < x$
- ③ $-8 < x \leq -4, \frac{3}{2} < x \leq 3$
- ④ $-4 \leq x < \frac{3}{2}$
- ⑤ $\frac{3}{2} < x \leq 3$

問9 2次方程式 $-x^2+ax+2a+4=0$ が, $-1 \leq x \leq 2$ の範囲に解をもつような a の値の範囲は **10** である。

10 の解答群

- ① $-4 \leq a \leq 1$ ② $-3 \leq a \leq 0$ ③ $-3 < a < 0$
 ④ $-2 \leq a \leq 1$ ⑤ $-2 < a < 1$

問10 方程式 $|x^2-2x-8|=7x-16$ を解くと, **11** である。

11 の解答群

- ① $x = -8, 1$ ② $x = -8, 3$ ③ $x = -3, -1$
 ④ $x = 1, 8$ ⑤ $x = 3, 8$

問11 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。 $(\tan \theta - 1)(\tan \theta + 1) = -\frac{5}{7}$ であるとき,

$\tan(90^\circ - \theta) =$ **12**, $\cos \theta =$ **13** である。

12 の解答群

- ① $-\frac{\sqrt{14}}{7}$ ② $-\frac{\sqrt{7}}{7}$ ③ $\frac{\sqrt{14}}{7}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{14}}{2}$

13 の解答群

- ① $\frac{\sqrt{14}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{21}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{14}}{4}$

問 12 表のデータは、5 回受験した 100 点満点のテストの得点結果である。この 5 回のテストについて、分散は **14** である。

	A	B	C	D	E
得点 (点)	68	82	75	66	79

14 の解答群

- ① 38 ② 40 ③ 45 ④ 48 ⑤ 50

第2問

a, b を定数とし、座標平面上における2次関数 $y = x^2 + (a-2)bx - 2a + 9b$ のグラフを C とする。問1～問5の空所 ～ に入る適切な番号を、それぞれ下の①～⑤の中から一つずつ選びなさい。

問1 $a=2$ のとき、 $-3 \leq x \leq 1$ における y の最大値が8となる b の値は であり、このとき、 y の最小値は である。

の解答群

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{8}{9}$ ④ $\frac{11}{9}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

の解答群

- ① -7 ② -4 ③ -3 ④ -1 ⑤ 1

問2 $b=1$ のとき、グラフ C の頂点が第1象限となる a の値の範囲は である。

の解答群

- ① $a < -8$ ② $-8 < a < 2$ ③ $-8 < a < 4$
④ $-4 < a < 2$ ⑤ $2 < a < 4$

問3 $b=2$ のとき、グラフ C が x 軸と共有点をもつための a の値のうち、絶対値が最も小さいのは **18** である。

18 の解答群

- ① $-1-\sqrt{15}$ ② -4 ③ $1-\sqrt{15}$ ④ 0 ⑤ $1+\sqrt{15}$

問4 2次方程式 $x^2+(a-2)bx-2a+9b=0$ が $b=\frac{2}{3}$ で異符号の解をもつとき、 a の値の範囲は **19** である。

19 の解答群

- ① $a \leq -6, 6 \leq a$ ② $0 < a < 6$ ③ $a \geq 3$
④ $3 < a < 9$ ⑤ $a > 3$

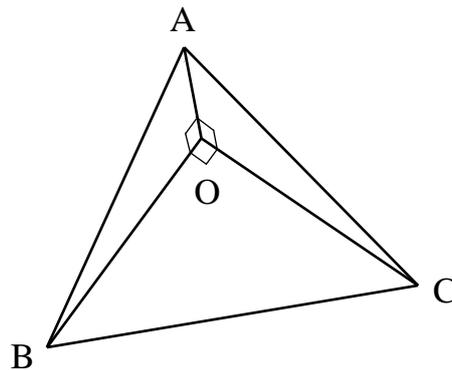
問5 グラフ C を x 軸方向に -1 、 y 軸方向に 1 だけ平行移動すると原点を通るとき、自然数 a, b の値は **20** である。

20 の解答群

- ① $a=1, b=4$ ② $a=5, b=1$ ③ $a=5, b=3$
④ $a=9, b=1$ ⑤ $a=9, b=3$

第3問

図のように、 $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ$ の四面体 $OABC$ がある。 $OA = OB = OC = 10$ であり、 OB の中点を P 、 $OQ : OC = 1 : \sqrt{5}$ となる OC 上の点を Q とする。問1～問5の空所 ～ に入る適切な番号を、それぞれ下の①～⑤の中から一つずつ選びなさい。



問1 $\triangle ABC$ の外接円の半径は、 である。

の解答群

- ① $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ ③ $5\sqrt{3}$ ④ 10 ⑤ $10\sqrt{2}$

問2 PQ の長さは、 である。

の解答群

- ① $4\sqrt{2}$ ② 6 ③ $2\sqrt{10}$ ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

問3 $\cos \angle PAQ = \boxed{23}$ である。

$\boxed{23}$ の解答群

- ① $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{15}}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{10}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

問4 $\triangle APQ$ の面積は, $\boxed{24}$ である。

$\boxed{24}$ の解答群

- ① $12\sqrt{6}$ ② $20\sqrt{3}$ ③ $25\sqrt{2}$ ④ $10\sqrt{15}$ ⑤ 50

問5 $\angle POQ$ の二等分線と PQ が交わる点を R とすると, QR の長さは $\boxed{25}$ である。

$\boxed{25}$ の解答群

- ① $25 - 10\sqrt{5}$ ② $30 - 12\sqrt{5}$ ③ $24 - 12\sqrt{3}$
④ $24 - 5\sqrt{15}$ ⑤ $36 - 8\sqrt{15}$

(白紙ページ)

(白紙ページ)

